1.7. Računanje s korijenima

Broj sati: 5

*Udžbenik: stranice 48. – 57.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

A.8.1. Računa s korijenima.

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

**Tijek nastavnih sati**

* **Računanje s korijenima (1)**

**Aktivnost 1 – Umnožak korijena i racionalnog broja**

Učitelj učenicima postavlja problem: Kako kraće zapisati zbroj ?

Znamo da je množenje kraći način zbrajanja pa vrijedi: .

Broj kojim se množi korijen naziva se **koeficijent korijena.**



**Aktivnost 2 – Zbrajanje i oduzimanje korijena**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 31.* i *Primjeru 32.* i/ili putem prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> e-Matematika -> Zbrajanje i oduzimanje korijena) učitelj pokazuje kako zbrojiti/oduzeti korijene jednakih radikanada. Zadatke najjednostavnije možemo riješiti postupkom izlučivanja zajedničkog faktora.

Korijene zbrajamo i/ili oduzimamo tako da im zbrojimo i/ili oduzmemo koeficijente, a zajednički korijen prepišemo.

Učenici rješavaju zadatke 185. i 186. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Kvadrat i korijen**

Učitelj učenicima postavlja problem: Postoji li razlika između zadataka ,  i ?







Za svaki racionalan broj *a*, , vrijedi: 

Za svaki racionalan broj *a*, vrijedi: 

Učenici rješavaju zadatke 187. i 188. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Kvadriranje umnoška i količnika**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 34*. i *Primjeru 35.* učitelj pokazuje kako kvadrirati umnožak/količnik.

Učenici rješavaju zadatke 189.a,e i 190.a,c te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 2, 3, 4 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 4 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 4 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 225., 226.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* Zadaci za vježbu: 213., 214.
* 189.b – d, 190.b,d,e
* **Računanje s korijenima (2)**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama o zbrajanju korijena, kvadriranju umnoška/količnika brojeva od kojih je barem jedan broj korijen pozitivnog racionalnog broja (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Umnožak korijena i korijen umnoška**

Učitelj učenicima postavlja problem: Izračunajte , i .





Primjećujemo da su rezultati jednaki tj. vrijedi: . Isto svojstvo vrijedi za bilo koja dva pozitivna racionalna broja.

**Korijen umnoška** dvaju brojeva () jednak je umnošku korijena tih brojeva.



**Umnožak korijena** dvaju brojeva () jednak je korijenu umnoška tih brojeva.



**Aktivnost 3 – Umnožak korijena i korijen umnoška (primjeri i zadatci)**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 36.* i/ili pomoću prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> e-Matematika -> Množenje korijena) učitelj pokazuje postupak množenja korijena.

Učenici rješavaju zadatke 191. – 195. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Količnik korijena i korijen količnika**

Učitelj učenicima postavlja problem: Izračunajte , i .





Primjećujemo da su rezultati jednaki tj. vrijedi: . Isto svojstvo vrijedi za bilo koja dva pozitivna racionalna broja.

**Korijen količnika** dvaju brojeva () jednak je količniku korijena tih brojeva.



**Količnik korijena** dvaju brojeva () jednak je korijenu količnika tih brojeva.



**Aktivnost 5 – Količnik korijena i korijen količnika (primjeri i zadatci)**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 37., Primjeru 38. i Primjeru 39.* i/ili pomoću prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> e-Matematika -> Dijeljenje korijena) učitelj pokazuje kako odrediti količnik korijena i korijen količnika.

Učenici rješavaju zadatke 196. – 202. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 3, 5 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 5 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 234.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 227., 228.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 215. – 218.
* **Djelomično korjenovanje**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama o množenju i dijeljenju korijena (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Što je djelomično korjenovanje?**

Učitelj učenicima postavlja problem: Znamo izračunati drugi korijen broja koji je kvadrat nekog prirodnog broja, no postoji li mogućnost jednostavnije zapisati korijene čiji radikandi nemaju to svojstvo? Možemo li primjenom pravila za korjenovanje umnoška pojednostavljivati takve korijene, npr.  ?



Ovakav postupak naziva se **djelomično korjenovanje**, a provodimo ga kada radikand možemo napisati u obliku umnoška tako da je barem jedan od faktora kvadrat nekog prirodnog broja.

**Aktivnost 3 – Djelomično korjenovanje**

Uz razgovor s učenicima pomoću prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> e-Matematika -> Djelomično korjenovanje) učitelj pokazuje kako djelomično korjenovati.

Učenici rješavaju zadatke 203. – 206. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Djelomično korjenovanje i zbrajanje**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 40.* učitelj pokazuje kako djelomično korjenovanje primjenjujemo kada radikandi nisu isti pa ih ne možemo zbrajati, ali nam je to postaje moguće nakon djelomičnog korjenovanja.

Učenici rješavaju zadatke 207. i 208. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.3.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.3. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 3, 4 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 4 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 4 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 229.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 219. – 224.
* **Racionalizacija nazivnika (PROŠIRENI SADRŽAJ)**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje u paru**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o računanju s korijenima (vrednovanje za učenje).

Učenici u paru odgovaraju na pitanje iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Objasnite kako zbrajamo i oduzimamo korijene.
* Objasnite čemu služi djelomično korjenovanje.

Zatim slijedi razredna rasprava koju moderira učitelj (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Što je racionalizacija nazivnika?**

Učenici su do osmog razreda naučili kako zbrajati i oduzimati razlomke. Znamo da razlomke zbrajamo svođenjem na zajednički nazivnik, no postavlja se pitanje što učiniti u slučaju kada se u nazivniku razlomka nalazi korijen?

Npr. kako izračunati ?

U tom slučaju, prije svođenja na zajednički nazivnik, provodimo **postupak „uklanjanje“ korijena iz nazivnika** i to tako da razlomak proširujemo pažljivo odabranim brojem. Taj postupak naziva se **racionalizacija nazivnika**.

**Aktivnost 3 – Racionalizacija nazivnika**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 41.* i/ili pomoću prezentacije (e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> e-Matematika -> Racionalizacija nazivnika) učitelj pokazuje kako racionalizirati nazivnik razlomka koji u nazivniku ima samo jedan korijen.

Učenici rješavaju zadatke 209. – 212.a,c te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.4.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.4. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 3 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 3 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 3 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* 209. – 212.b,d
* **Uvježbavanje**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama o računanju s korijenima (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju Nastavni listić te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> Matematika + -> provjera znanja Računanje s korijenima (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.5.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.5. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnost 2 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> Matematika + -> provjera znanja Računanje s korijenima (kratki kviz)
* Aktivnost 2 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 2 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* Nastavni listić – dopunski zadatci
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Domaća zadaća**

* Povežite i primijenite: 230. i 231.
* Iz svijeta rada: 232. i 234.
* e-sfera: Realni brojevi -> Računanje s korijenima -> Matematika + -> provjera znanja Računanje s korijenima (dugi kviz)

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

♦ Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Primjer 2:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

♦ Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

Izračunajte .

**Primjer 3:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Djelomično korjenujte:

a) 

b) 

c) 

* Djelomično korjenujte, a zatim izračunajte .

♦ Pitanja:

* Djelomično korjenujte:

a) 

b) 

c) 

* Djelomično korjenujte, a zatim izračunajte .

**Primjer 4:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

Racionalizirajte nazivnik u razlomcima:

a) 

b) 

c) 

d) 

♦ Pitanja:

Racionalizirajte nazivnik u razlomcima:

a) 

b) 

c) 

d) 

**Primjer 5:** Lista za samoprocjenu 2 (Prilog C)

Tvrdnje:

* Znam što je koeficijent korijena.
* Zbrajam i oduzimam korijene.
* Množim i dijelim korijene.
* Djelomično korjenujem.
* Racionaliziram nazivnik razlomka.

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Zbrajati i oduzimati smijemo samo korijene jednakih radikanda.
* Za svaki racionalan broj *a* vrijedi .
* Vrijedi .

Zadatci:

* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Primjer 2:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Množiti možemo samo korijene jednakih radikanda.
* Količnik korijena brojeva jednak je korijenu količnika tih brojeva.
* Vrijedi .

Zadatci:

* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Primjer 3:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

1. Djelomično korjenujte,  i .
2. Djelomično korjenujte, a zatim izračunajte .

**Primjer 4:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Postupak kojim uklanjamo korijen u nazivniku nazivamo racionalizacija nazivnika.
* Pri racionalizaciji nazivnika cijeli razlomak množimo pogodnim brojem.
* Pri racionalizaciji razlomka  brojnik i nazivnik razlomka množimo sa .

Zadatci:

Racionalizirajte nazivnik u razlomcima:

a) 

b) 

**Primjer 5:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

1. Izračunajte .
2. Izračunajte .
3. Izračunajte .
4. Djelomično korjenujte.
5. Racionalizirajte nazivnik razlomka .

**Nastavni listić**

1. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

2. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

3. Racionalizirajte nazivnik u razlomcima:

a) 

b) 

**Dodatni zadatci**

1. Pojednostavnite.

a) 

b) 

c) 

d) 

2. Pojednostavnite.

a) 

b) 

c) 

3. Koju znamenku možete upisati umjesto znakova  i  da jednakost bude točna?

a) 

b) 

c) 

d) 

**Rješenja nastavnog listića**

1. a) , b) , c) , d) , e) 

2. a) 18, b) , c) 70, d) 114, e) 

3. a) , b) 

**Rješenja dodatnih zadataka**

1. a)  , b) , c) , d) 

2. a) 21*a*, b) , c) 

3. a) , b) , c) , d) 